

# MODELOS MATEMÁTICOS PARA LA POLILLA DEL BROTE

Roberto Cominetti<sup>1</sup>  
Raúl Gouet<sup>1</sup>  
Cristián Pérez<sup>1</sup>  
Jaime San Martín<sup>1</sup>

## INTRODUCCIÓN

El problema de la plaga de la polilla del brote (*Rhyacionia buoliana*) que afecta al *Pinus radiata*, principal recurso forestal del país, han motivado numerosos estudios y acciones de control desde el año 1985, momento de su detección.

Considerando la importancia de este recurso forestal para el país, es que se abordó en el marco del Proyecto FONDEF FI-II, varios estudios referentes al modelamiento de la dinámica de población, relaciones población daño y estudio de las trampas con feromona como indicador de la población de la polilla.

Este esfuerzo, ha demostrado que la aplicación de herramientas matemáticas como la modelación es un camino fértil, respondiéndose a varias interrogantes. Se comprueba la importancia de los vientos dominantes en la migración, como efecto permanente, ajustándose un modelo de dispersión. Se desarrolló un simulador de población, con salida gráfica y representación de zonas con diferente nivel poblacional, según rango de colores, en donde se puede asociar información estadística sobre la plaga. Esto constituye una herramienta de modelación y planificación que necesariamente mejorará los pronósticos sobre la evolución de la

plaga y es una base sólida para la planificación económica de las acciones de control de la polilla del brote.

Así, en el presente estudio se ajusta un modelo de migración, considerando variables climáticas (vientos dominantes) que afectan la dispersión de la polilla. Se puede con esto conocer los flujos migratorios en la región de interés (V a X Regiones), lo cual determina zonas de mayor riesgo en términos de migración de las polillas. Este modelo propone que la migración de las polillas se produce debido a los vientos, en el período de vuelo.

Este efecto migratorio permanente se utiliza como un componente importante en el estudio de la dinámica poblacional en el tiempo, la cual se modela a través de un simulador de la población de la polilla del brote, que considera que el crecimiento del insecto sigue una curva de tipo Logística, basada en modificaciones de modelos de crecimiento del tipo Nicholson-Bailey (BARCLA y el al., 1985; BARCLA Y, 1987).

En el simulador de población se considera una tasa de crecimiento reproductivo real de 11 huevos por año. Esta tasa se determinó de los mejores ajustes realizados en el modelo de migración. Además se trabaja con una tasa

---

<sup>1</sup> Departamento de Ingeniería Matemática, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile. Avda. Beaucheff 850, Santiago.

de migración del 40% de adultos, la cual también se obtuvo de ajustar las simulaciones con el avance real observado.

El simulador permite evaluar el crecimiento poblacional en función de distintas estrategias de control, así se ha podido determinar con información para la VIII Región, que la población de la polilla alcanzaría los máximos que se conocen en el país en torno a los cuatro años, sin ninguna acción de control. Se determinan además las tasas de control anual necesarias para estabilizar la población a un tamaño dado. Por ejemplo, para mantener la plaga con una política de control constante en todo el patrimonio sería necesario controlar al 90%.

Este simulador representa una excelente herramienta de evaluación futura, y permite contar con las estimaciones requeridas de densidad de población y tasas de control, para realizar evaluaciones económicas de daño bajo distintos escenarios de control.

Se estudia también un modelo preliminar de daño en árboles, medido en términos de porcentaje de árboles atacados, versus densidad de población. Este modelo es uno de los primeros intentos por cuantificar el daño en función de la densidad de población de la polilla. Los ajustes realizados consideran datos que tienen una baja población de la polilla (hasta 14.000 larvas/ha), siendo necesario contar con más datos para proseguir estudiando el modelo en condiciones de alta densidad de la polilla.

## **MODELO DE PROPAGACIÓN ESPACIAL DE LA POLILLA DEL BROTE**

El objetivo es el diseño de un modelo markoviano (probabilístico) para la

propagación espacial de la polilla del brote, incorporando variables climáticas, espaciales y geográficas. Se propone un modelo estocástico que se centra en el estudio de las probabilidades que una polilla hembra que nace en una zona dada, por efecto de la emigración deposite huevos en otra zona. Esta probabilidad dependerá de la posición relativa de las zonas y de los flujos de viento entre ellas.

El modelamiento a través de capturas de machos depende de una hipótesis sobre la migración de los mismos. ROBREDO (1970; 1975), afirma que los machos no migran significativamente, volando sólo cortas distancias en días de calma, atraídos por la feromona de las hembras.

Otros, como HOLSTEN y EGLITIS (1992), sostienen que la población migra, dejándose llevar por los vientos dominantes. Es posible probar que en ambas situaciones el modelo tiene la misma estructura y depende exclusivamente de los siguientes supuestos:

1. Una polilla en la celda  $j$  se desplaza a otra celda  $i$ , con una cierta probabilidad que se denota por  $P_{ji}$  definiendo por celda una superficie de 28 Km<sup>2</sup> aproximadamente producto de discretizar el área en estudio.
2. Los desplazamientos se suponen independientes.
3. El número de polillas que se encuentran en la celda  $i$  en el período  $t+1$  resulta ser proporcional al número de polillas que viajaron a  $i$ , desde todas las celdas  $j$  en la temporada  $t$ . El esquema migratorio se muestra en la Figura 1.

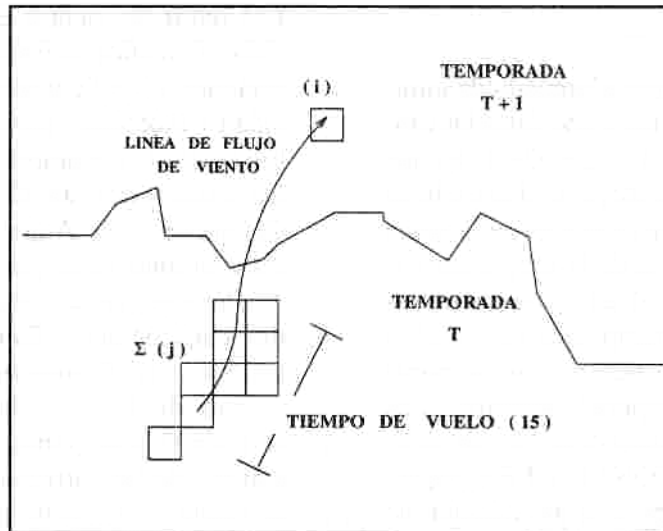


Figura 1. Esquema del proceso de migración.

El modelo toma en cuenta la trayectoria determinada por las líneas de flujo de viento.

Se denota por  $U_{t,j}$  la población media de machos en la celda  $j$  al instante  $t$ . También se denota por  $b_j$  la densidad de bosque  $J$  de pino en la celda  $j$ , y a  $j,i$  el

acumulado de bosque por la trayectoria entre las celdas  $j$  e  $i$ . Si  $h$  denota el número de huevos que sobreviven hasta la edad adulta y  $a$  es la proporción de la población que «decide» volar, entonces el modelo propuesto es:

$$U_{t+1,i} = h/2 (u_{t,i} (1-\alpha) + ab_i \sum u_{t,j} b_j \exp(-\beta \alpha_j, l)) + \varepsilon_{i,t+1} \quad (1)$$

$\varepsilon_{i,t+1}$  es el término de error del modelo, debido a simplificaciones y variaciones propias del fenómeno.

Se supone que  $p_{j,i}$  es cero si la línea de flujo no une las celdas  $j$  e  $i$ . En caso contrario, es decir, cuando el flujo de viento une las celdas  $j$  e  $i$ , la probabilidad de ir de  $j$  a  $i$  es función decreciente de la cantidad de pino que debe recorrer una polilla en su vuelo desde  $j$  e  $i$ .

Así las plantaciones de pino forman un filtro natural a la emigración.

El modelo (1) no puede ser ajustado directamente, pues no se cuenta con datos que relacionen migración con población. Los antecedentes disponibles corresponden a capturas de machos en trampas con feromona. Con esta información se puede estimar la media por celda de la población de la polilla.

## Datos

El modelo es ajustado por el método de mínimos cuadrados, utilizando como datos las capturas en las temporadas 91-92 y 92-93, las que se concretan en la VIII Región. Para ello se ha definido una frontera de avance, utilizando las capturas más al norte de la temporada 91-92. El ajuste se realizó en términos de las capturas medias de la temporada 92-93 sobre la frontera (fenómeno de emigración pura) como función de la temporada anterior. Los datos de capturas han sido obtenidos de diferentes fuentes: SAG, CONAF, CPF y empresas. Además se incorpora la información de plantaciones de Pino radiata en forma digital, basada en la cartografía del año 1990 del Instituto Forestal (INFOR).

Los datos de vientos están constituidos por valores medios mensuales de viento en las regiones VII a IX y registros diarios de velocidad y dirección, para los meses de diciembre de 1991; diciembre y enero de 1992, para las estaciones de Concepción, Chillán, Cauquenes, Los Angeles y Contulmo. Para estas últimas se dispone de series diarias de mediciones, prácticamente completas, tomadas a las 20 horas. En las Figuras 2 y 3, se resume gráficamente la información de vientos de Los Angeles. Para cada estación se tiene el histograma de frecuencias absolutas de las direcciones de donde sopla el viento. El viento sur corresponde a 180 grados, el norte a 360 y el oeste a 270. Para la estación de Los Angeles se observan los siguientes datos.

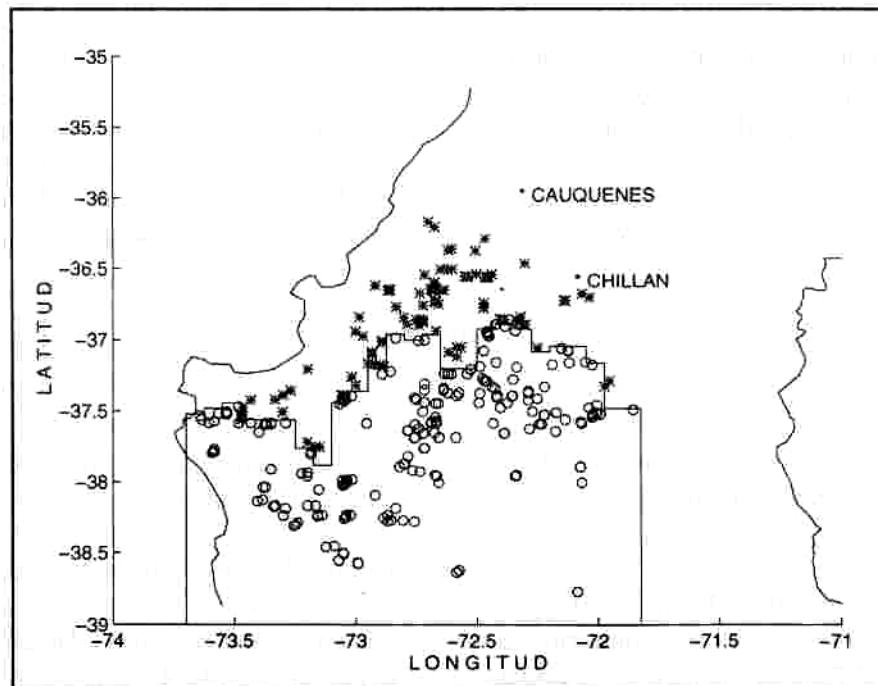


Figura 2. Capturas (\*) y bajo (o) Frontera 91-92.

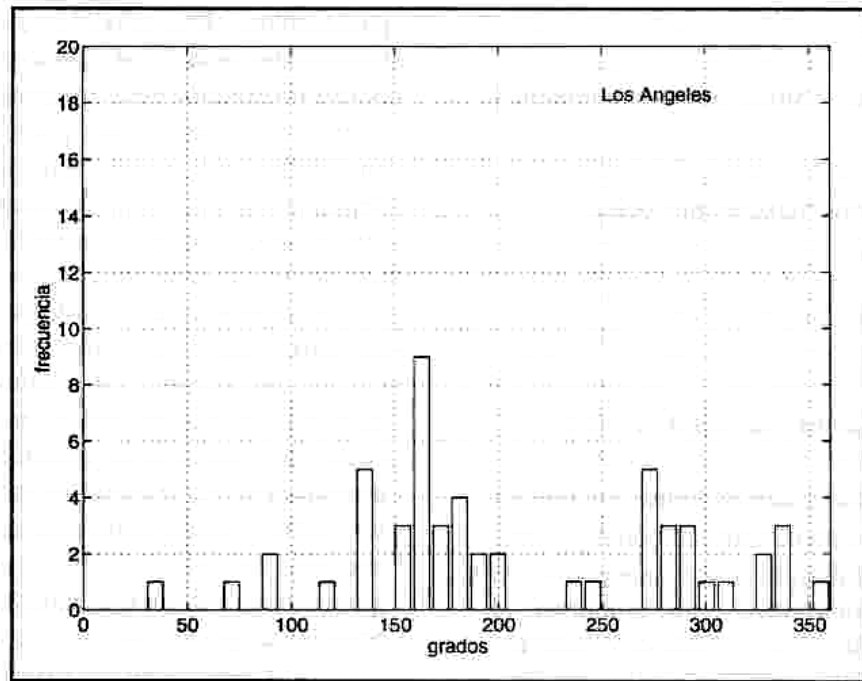


Figura 3. Histograma de vientos Los Angeles

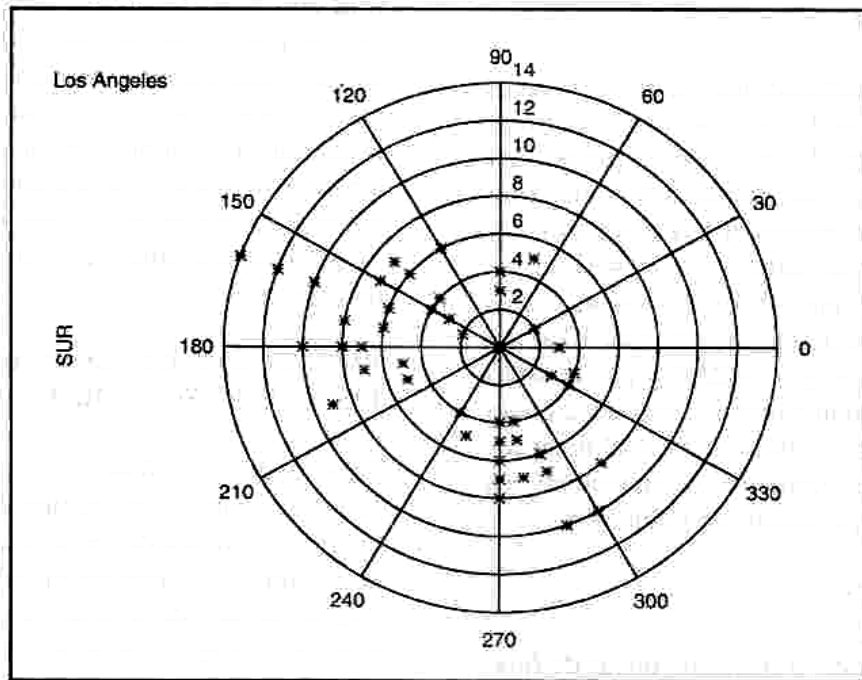


Figura 4. Gráfico polar dirección-velocidad, Los Angeles.

## Resultados

El mejor ajuste se obtuvo con los siguientes parámetros:

$N_{\infty} = 225$  Captura máxima predicha.

$h_a = 11$

$\beta = 0,00007$

Obteniéndose una correlación de  $r = 0,9$

La sensibilidad del modelo frente a cambios en los parámetros no es muy alta en  $N_{\infty}$ , dando resultados similares en un rango que va desde 150 a 400 capturas. Sin embargo, el modelo es sensible en  $h_a$ . Por otro lado los residuos del modelo muestran el comportamiento esperado en este tipo de ajuste.

## Estimación de $\alpha$

Para distintas combinaciones de  $h$  y  $a$  con la restricción  $h_a = 11$  el modelo (1) permite hacer simulaciones del avance de la plaga. Así por ejemplo, si  $a$  es cercano a 0 la plaga no avanzará. Si es cercano a 1 la plaga avanzará rápidamente. Se obtuvo que  $a = 0,4$  produce los mejores ajustes entre el avance predicho y el avance observado por casi 10 años. De aquí se deduce que  $h=22,5$  y por lo tanto la población tiene una tasa de reproducción de 11,25. Este valor es muy cercano al determinado por Bosques Arauco S.A. en mediciones del crecimiento promedio de población.

## CONCLUSIONES

El ajuste del modelo a través de líneas de flujo es bueno y además sólo utiliza cuatro

parámetros. Este modelo aparece como una buena estrategia de predicción donde se incorpora información real de los vientos. De esta forma se ha encontrado para las condiciones en estudio, un modelo que muestra una alta dependencia entre la migración de la polilla y los flujos de vientos dominantes.

A continuación desde la Figura 5 se muestra la salida gráfica del simulador en desarrollo en que los colores más oscuros representan mayor nivel de población de la polilla. La escala de colores es logarítmica, el rojo, color más oscuro representa un nivel de 180.000 larvas/ha. Las simulaciones no consideran acciones de control sobre la población, por lo que no necesariamente representan los niveles actuales de población en la zona.

Este simulador con salida gráfica es posible desarrollarlo para zonas locales, lo que mejorará aún más las predicciones de población, en función de una información más detallada de los vientos dominantes en zonas particulares. Además se contará con predicciones de la dinámica de población en escenarios con y sin control, para distintas tasas y períodos de control, lo que permitirá evaluar la evolución de población a futuro con distintos esquemas de control.

## EVOLUCIÓN DE LA POBLACIÓN CON DISTINTOS ESCENARIOS DE CONTROL

Para modelar la dinámica de la población de la polilla con y sin acciones de control, se corrió el simulador de población bajo ciertas condiciones que responden a los antecedentes que se tienen sobre esta plaga, como son: el año de detección, el efecto migratorio en el período de vuelo determinado en el modelo

de migración, de un 40% en promedio; la tasa de reproducción anual de la población que con los datos analizados dio un valor aproximado de 11.

Además se considera como máximo de población un valor referencial de 180.000 larvas/ha cercano a valores medidos en la X Región hace algunos años. Con este marco se predijo la solución de la población para una zona específica, en este caso el área de Arauco. En la Figura 6 se puede observar la curva de población para escenarios sin control y con tasas constantes de entre 60 y 90 % de control anual. El año donde se inicia el control es 1991.

Se puede observar en la Figura 6 que la población sin ninguna acción de control alcanzaría, bajo estas condiciones, los máximos observados en alrededor de cuatro

años. También se observa que para evitar que la población llegue a niveles altos se requiere de una tasa de control de 90%.

En la Figura 7 se ve el desarrollo poblacional en el caso que se utilicen bandas de control en el área sur y este de Arauco, con una tasa de control del 95 % y con un control dentro de ésta de 80% en promedio. Este escenario lleva a la población a niveles de 15.000 larvas/ha en el año 98, en cambio el crecimiento de la población sin estas bandas de control, y con una tasa de control en la zona de Arauco del 80% en promedio, llega a las 32.000 larvas/ ha en 1998. Esto representa una ganancia en efectividad, al controlar las zonas de migración de la polilla. De esta forma, se pueden estudiar distintas estrategias de control en situaciones diversas, de manera de optimizar los recursos que asignan a estas operaciones.

## EVOLUCION DEL SIMULADOR TEMPORADA 1993-1996

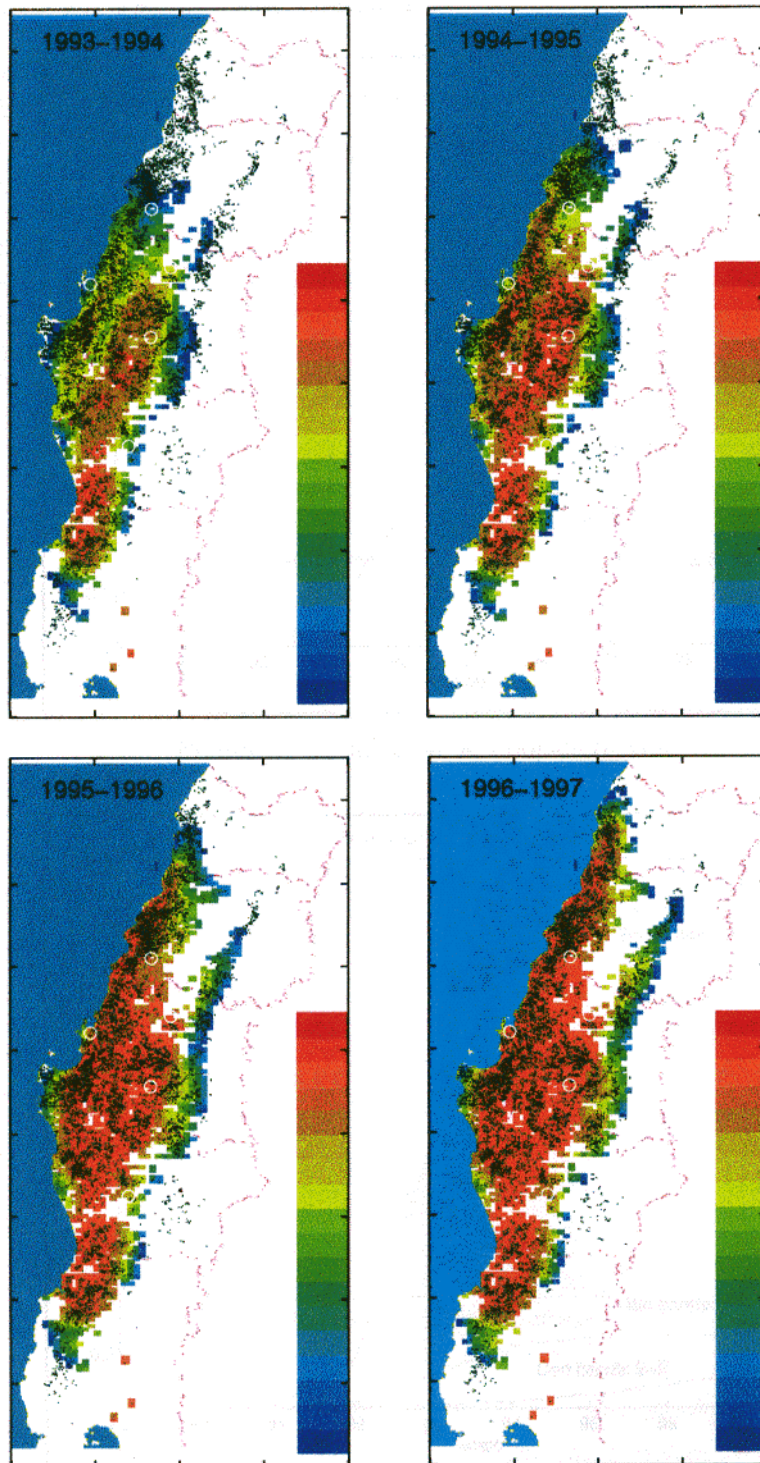


Figura 5. Evolucion de las simulaciones en las diferentes bandas de canales.



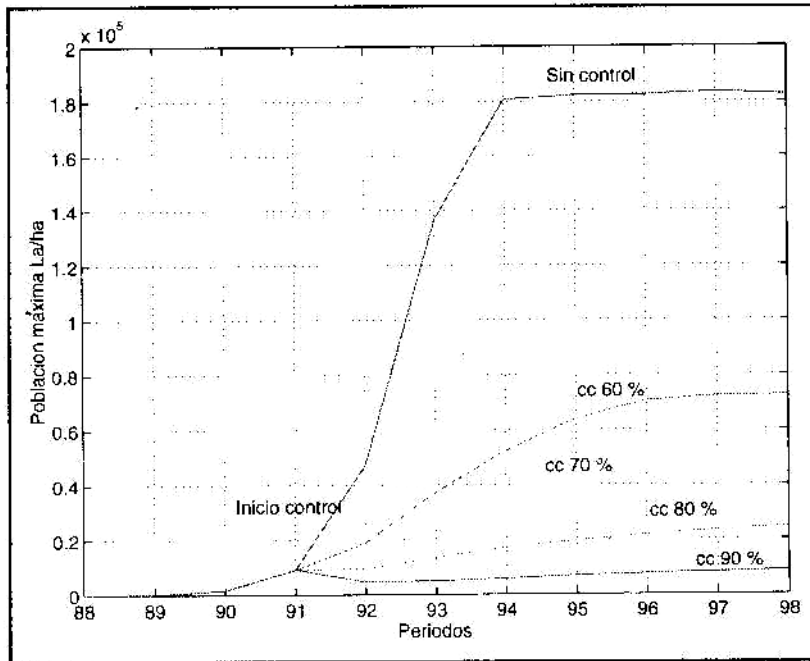


Figura 6. Simulación de Población-Arauco.

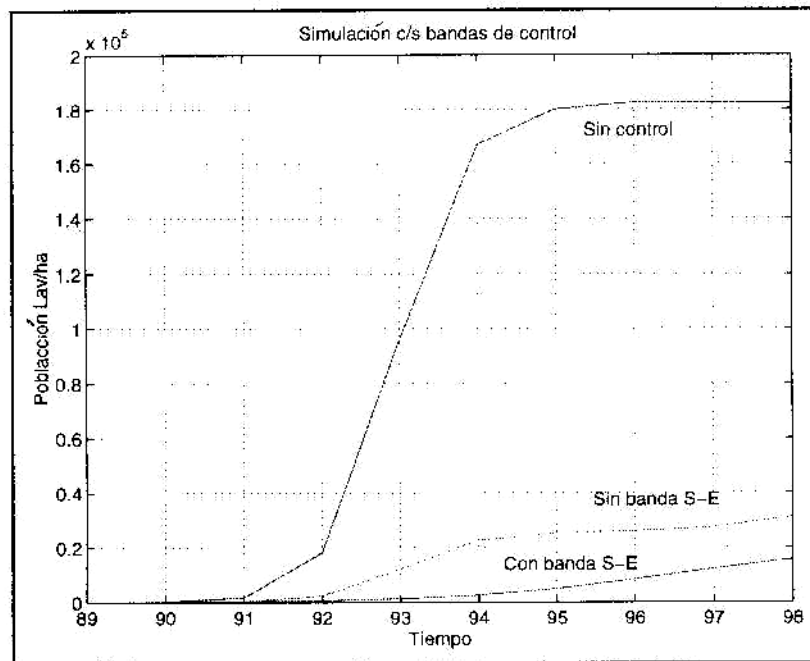


Figura 7. Simulación con/sin bandas de control.

RELACIONES ENTRE DAÑO Y árboles atacados o de ápices atacados, y

## DENSIDAD DE POBLACIÓN

### Objetivo

Estudiar relaciones funcionales entre daño y densidad de población, con el objeto de estimar el daño ocasionado por la polilla del brote. Aquí, el daño está medido en términos de árboles y ápices atacados.

### Datos

Los antecedentes ocupados para avanzar en el estudio de la relación entre ataque de la polilla, expresado como porcentajes de

la densidad de población, en términos de larvas por hectárea, fueron entregados por Bosques Arauco S.A. y corresponden a la prospección visual de la temporada 1993-1994 Y los datos de larvas por hectárea del año 1994 medidos en predios de la VIII Región, principalmente. Además se dispone de datos de Forestal Bío-Bío, suministrados por Controladora de Plagas Forestales S.A.; datos de Forestal Chile y Forestal Valdivia.

La Figura 8 muestra la relación entre población de la polilla y porcentaje de árboles atacados.

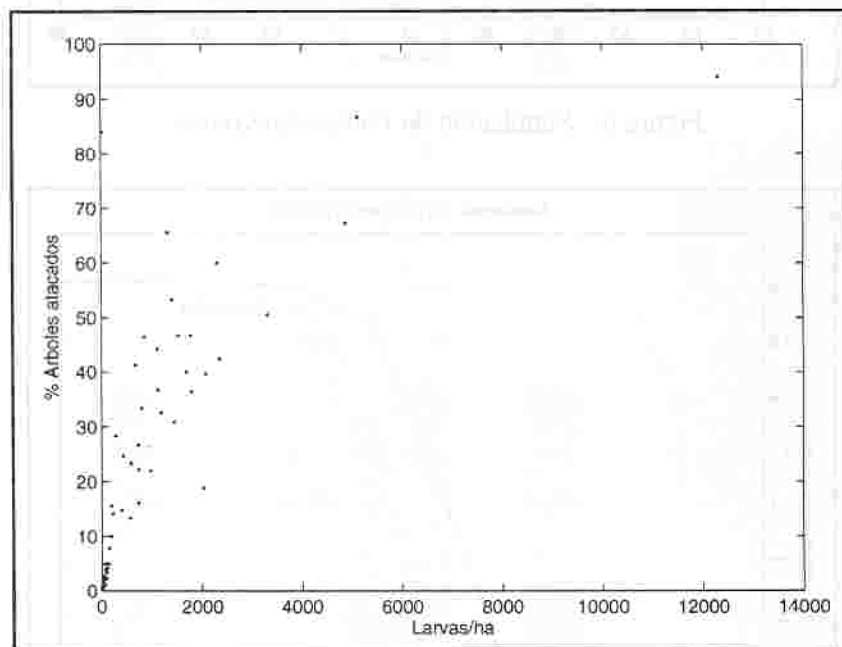


Figura 8. Prospección visual Bosques Arauco, 1993 - 1994

### Modelo de Árboles con Daño

Si se supone que un árbol tiene  $n$  brotes  
y

que hay  $m$  árboles por hectárea, un brote no será dañado, si hay  $p$  larvas, con probabilidad.

$$[(nm - 1) / nm]^P = (1 - 1/nm)^P$$

Dado que un árbol tiene n brotes, la probabilidad que un árbol no sea dañado es:

$$(1 - 1/nm)^{np} = [(1 - 1/nm)^{nm}]^{p/m}$$

Donde nm representa la oferta total de brotes por hectárea, y que varía según la edad de plantación y es afectado por la densidad de plantación. Así nm puede variar supuestamente entre 100.000 a 700.000 brotes por hectárea.

Por lo tanto, la aproximación:

$$(1 - 1/nm)^{nm} = e^{-1}$$

es muy buena. Así, el modelo teórico de la proporción de árboles dañados queda:

$$\% AD = (1 - e^{-p/m})$$

Comparación del modelo con datos reales 1.00 datos de porcentaje de árboles dañados y densidad de población en larvas por hectárea así como la gráfica de árboles dañados que entrega el modelo, son representados en la Figura 9. Las distintas curvas corresponden a distintas densidades de plantación.

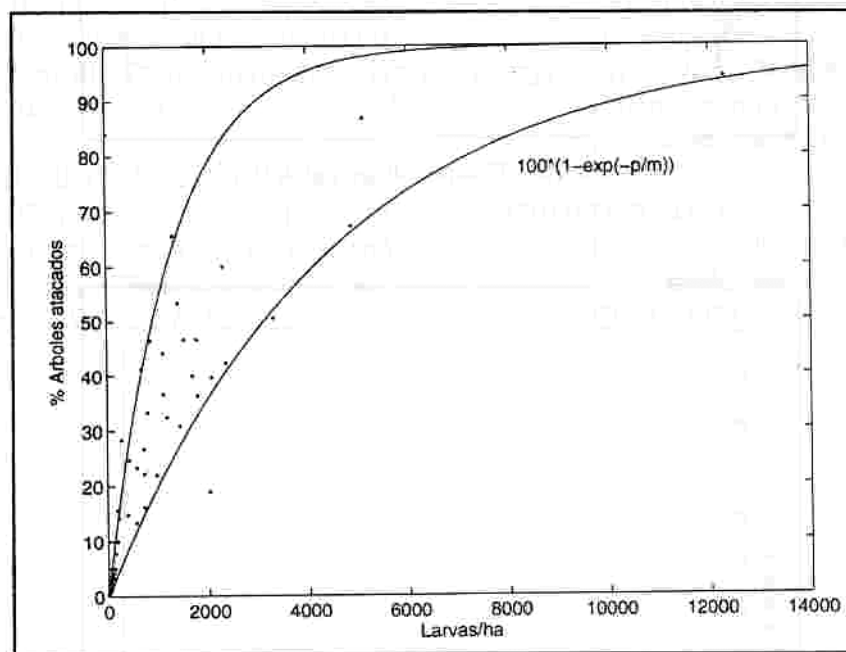


Figura 9. Prospección visual Bosque Araucó, 1993 - 1994

### Ajuste y validación del modelo

Para validar la relación entre población y daño se contó con tres nuevas fuentes de

datos, referidas a prospecciones en la polilla del brote entre la VIII y IX Región, en las cuales se censaron poblaciones de hasta 4 años, durante los años 1994 y 1995.

En las Figuras 10 y 11 se muestran nuevos datos que ratifican la tendencia.

encontrada entre larvas / ha y árboles atacados.

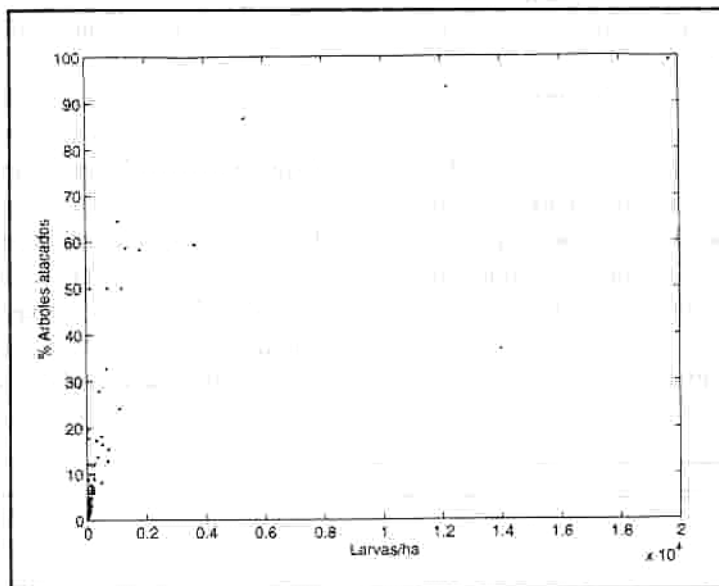


Figura 10. Prospección visual 1995

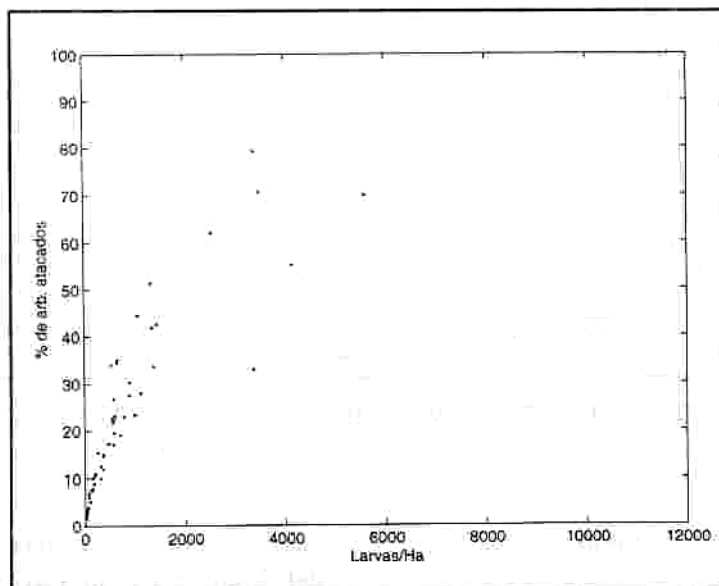


Figura 11. Prospección 951 FCHILE.

Al realizar los ajustes se encontró que el mejor ajuste de los datos se obtiene mediante la siguiente modificación del modelo teórico;

$$\% AD = 100 * (1 - e^{-c * P/m})$$

donde p es la cantidad de brotes atacados /ha, m son los árboles por hectárea y c es una constante de proporcionalidad que varía entre 0,3 y 0,5, dependiendo de la densidad de población. C se interpreta como la disponibilidad de brotes.

### BIBLIOGRAFIA

- BARCLAY, H. et al., 1985. Models of periodic inundation of parasitoids for pest control. Can. Entomology N 117: 705-716
- BARCLA Y, H., 1987. Models for Pest Control: Complementary effects of periodic releases of sterile pest and parasitoids. Theoretical Population Biology. Vol. 32 N 1.
- HOLSTEN, H. Y EGLITIS, A. 1992. Manejo integrado de pestes de **Pinus radiata** D. Don, en Chile. Chillán. CONAF Cuerpo de paz de E.E.U.U. U. De Concepción.
- ROBREDO, F. 1970. Contribución al conocimiento de la bioecología de *Rhyacionia buoliana* Den. et Schiff. y sus daños. Boletín del Servicio de Plagas Forestales. Año XIII. N 26: 181-186.
- ROBREDO, F. 1975. Contribución al conocimiento de la bioecología de *Rhyacionia buoliana* Den. et Schiff. (Lepidoptera: Tortricidae). I. Estudio del adulto. Boletín del Servicio de Defensa contra Plagas e Inspección Fitopatológica. 1 (1): 69-81.
- SCHOEDER, D. 1986. Consultancy on fue biological control of European pine shoot moth, *Rhyacionia buoliana*, in Chile. IICA.